

② 入試区分

工学研究科博士前期（Ⅰ期）

③ 出題科目

機械力学

④ 出題の意図

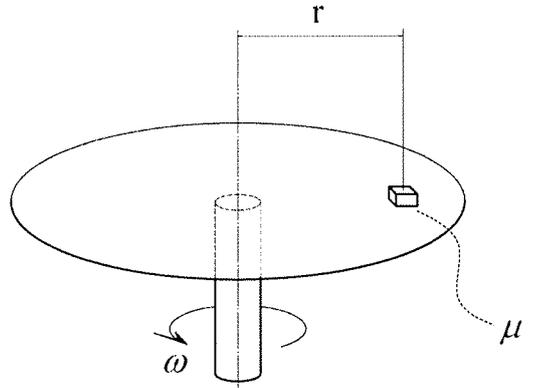
2問中1問目は回転体上の物体にかかる力のつり合いから角速度をを求める基本的な問題である。力のつり合いをベクトルで図示して式を立てられること、角加速度が小さいと仮定して角速度を導けることを確認する。

2問目は単純なバネ-質量からなる1自由度振動系の振動数を求める問題である。2連のバネの合成バネ定数の式を導けること、運動方程式を立てられること、これを解けることを確認する。

【科目名】 機械力学

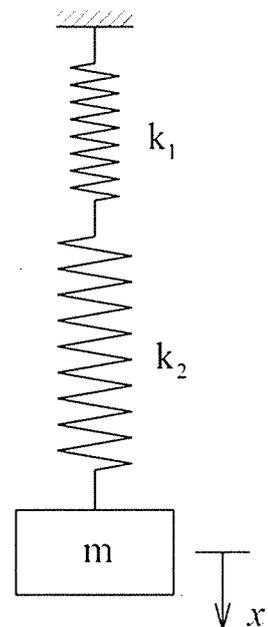
[1] 図のように水平な円盤を鉛直軸回りに回転可能に支持する。円盤の中心から距離 r [m] の位置に質量 m [kg] の小さな物体を置く。円盤を角速度 ω [rad/s] で等角速度運動させる。円盤と物体の間の静止摩擦係数を μ 、重力加速度を g として次の問いに答えよ。

- 1) 物体が円盤上で最初に置かれた位置から動き出さずに円盤と一緒に回転しているとき、物体にかかる力を図示せよ。
- 2) 1)のとき、物体にかかる水平方向の力の関係を不等式で示せ。
- 3) 円盤の角速度 ω を少しずつ大きくすると物体が滑って動き出した。このときの ω の式を導け。



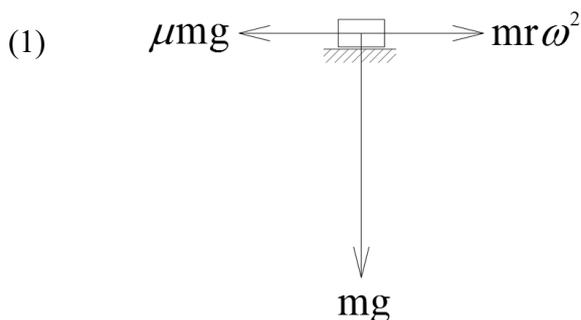
[2] 2本のバネ k_1 , k_2 と質量 m からなる図のような振動系について、次の問いに答えよ。

- 1) 2本のバネの合成バネ定数 K を求めよ。
- 2) 運動方程式を求めよ。
- 3) 固有角振動数 ω を求めよ。



【科目名】 機械力学 解答案

[9]



- (2) ω が一定なので円周方向の力はない。半径方向の力の関係を考える。物体が動かないとき、力の関係は次のようになる。

$$mr\omega^2 < \mu mg \text{ より } r\omega^2 < \mu g$$

- (3) 角速度 ω は少しずつ大きくなるので角加速度はゼロと考える。このとき円周方向の力はないので半径方向の力の関係だけ考え、物体が滑り出したとき

$$mr\omega^2 = \mu mg \text{ となる。これを解いて角速度は次のようになる。 } \omega = \sqrt{\frac{\mu g}{r}}$$

[10]

- (1) 2本のバネを合成したとき、バネにかかる力を F 、バネ全体の変位を X とすれば $F = \mathbf{K}X$ が成り立つ。バネが直列になっているので、バネ k_1 と k_2 の変位をそれぞれ x_1 、 x_2 とすれば $X = x_1 + x_2$ が成り立つ。またそれぞれのバネには同じ力 F が

かかるので $F = k_1 x_1$ 、 $F = k_2 x_2$ が成り立つ。以上より $X = \left(\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} \right) F$ が成り立

つ。これと $X = \frac{1}{\mathbf{K}} F$ より $\mathbf{K} = \frac{k_1 k_2}{k_1 + k_2}$ が得られる。

(2) $m \frac{d^2 x}{dt^2} + \mathbf{K}x = 0$

- (3) (2)の式で $x = \cos(\omega t + \varphi)$ とする。 φ [rad] は位相角である。両辺を時間 t で二階微分して

$$\frac{d^2 x}{dt^2} = -\omega^2 \cos(\omega t + \varphi) \text{ を得る。これらを (2) の結果に代入すれば}$$

$$(m\omega^2 - \mathbf{K}) \cos(\omega t + \varphi) = 0 \text{ となる。ここで } x = \cos(\omega t + \varphi) \text{ であるためには}$$

$$m\omega^2 - \mathbf{K} = 0 \text{ でなければならない。これを } \omega \text{ について解けば } \omega = \sqrt{\frac{\mathbf{K}}{m}} \text{ が得られる。}$$